

# Tema : sucesiones y progresiones

1.- Un estudiante de 3º de ESO se propone el día 15 de agosto repasar matemáticas durante una quincena, haciendo cada día 2 ejercicios más que el día anterior. Si el primer día empezó haciendo un ejercicio:

- a) ¿Cuántos ejercicios le tocará hacer el día 30 de agosto? (medio punto)  
b) ¿Cuántos ejercicios hará en total? (medio punto)

Es una progresión aritmética cuya diferencia es 2 y su primer término vale 1 (un ejercicio).

$$a_1 = 1; d = 2; a_n = a_1 + (n - 1) * d = 1 + (n - 1) * 2;$$

El apartado a) nos pide calcular el término decimoquinto (del 15 al 30 de agosto van 15 días).

$$a_{15} = 1 + (15 - 1) * 2$$

29

**Solución : El 30 de agosto deberá hacer 29 ejercicios.**

El apartado b) nos pide calcular la suma de todos los ejercicios. Para ello habrá que utilizar la fórmula de los quince primeros términos de un progresión aritmética.  $S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) * 15}{2}$

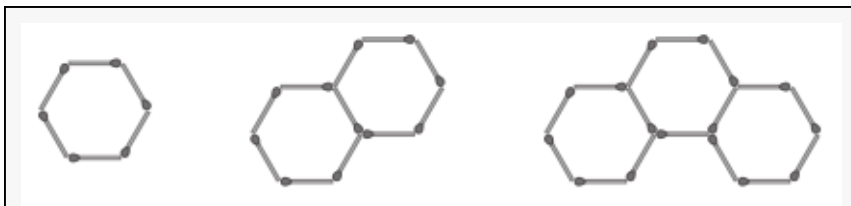
$$a_1 = 1; a_{15} = 29;$$

$$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) * 15}{2}$$

225

**Solución : En total habrá hecho 225 ejercicios.**

2.- Con cerillas se han construido las siguientes figuras.



a) Completa la siguiente tabla (medio punto)

Número de hexágonos	1	2	3
Número de cerillas	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

b) ¿Cuántas cerillas se necesitan para formar una figura con 15 hexágonos? (medio punto)

c) ¿Cuántas cerillas se necesitan para formar una figura con n hexágonos? (medio punto)

El apartado a) es tan sencillo como contar :

Número de hexágonos	1	2	3
Número de cerillas	6	11	16

Para hacer el apartado b), primero vemos que esta sucesión es una progresión aritmética cuyo primer término es 6 y su diferencia 5. Luego me están pidiendo su decimoquinto término.

$$a_{15} = 6 + (15 - 1) * 5$$

76

**Solución: Para construir 15 hexágonos harán falta 76 cerillas.**

**En verdad el tercer apartado no es más que poner el término general de esta progresión aritmética**

$$a_n = a_1 + (n - 1) * d = 6 + (n - 1) * 5$$

**3.** - La asociación de vecinos de un barrio realiza un "rastrillo" de venta de objetos usados cuya recaudación donarán a la gente necesitada del barrio. El primer día consiguieron 15 euros y cada día se duplicaba la recaudación del día posterior. ¿Cuánto dinero recaudaron a lo largo de una semana? (un punto)

Es una progresión geométrica cuya razón es 2 y su primer término 15. Nos piden la suma de los 7 primeros días (1 semanas son 7 días).  $S_7 = \frac{a_1 * (r^n - 1)}{r - 1}$

$$S_7 = \frac{15 * (2^7 - 1)}{2 - 1}$$

1905

**Solución: Al cabo de una semana, la asociación de vecinos ha recaudado 1905 euros.**

**4.** - ¿Cuánto dinero tendremos al cabo de 3 años colocando 3000 € al 6 % de interés anual compuesto? ¿Y al cabo de 5 años? (un punto)

Utilizamos la fórmula que ya sabemos para estos casos :  $C_F =$

$$C_I * \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n . \text{ En este caso, el capital inicial es 3000 euros, } r \text{ vale 6 y } n \text{ es 3.}$$

$$C_F = 3000 * \left(1 + \frac{6}{100}\right)^3$$

3573.05

**Solución : Al cabo de 3 años tendremos 3573,05 euros.**

Para la segunda pregunta, n vale 5

$$C_F = 3000 * \left(1 + \frac{6}{100}\right)^5$$

4014.68

**Solución : Al cabo de 5 años tendremos 4014,68 euros.**

**5.** - En un edificio, el primer piso se encuentra a 7,40 metros de altura, y la distancia entre dos pisos consecutivos es de 3,80 m.

a) Obtén una fórmula que nos indique la altura a la que se encuentra el piso n. (medio punto)

b) ¿A qué altura está el 9º piso? (medio punto)

Es una progresión aritmética cuya diferencia es 3,80 m y su primer término es 7,40 m. Luego la fórmula que nos pide el apartado a) es:  $a_n = 7,4 + (n - 1) * 3,8$

Para el apartado b), basta con calcular  $a_9$ .

$$a_9 = 7.4 + (9 - 1) * 3.8$$

37.8

Solución : el noveno piso está a 37,8 metros de altura.

6. - Se depositan 3 000 € a un interés compuesto del 7 % durante 3 años. Si la Agencia Tributaria retiene el 18 % cuando se recupera el capital, calcula el capital final. (un punto y medio)

Utilizamos la fórmula que ya sabemos para estos casos :  $C_F =$

$$C_I * \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

. En este caso, el capital inicial es 3000 euros,

r vale 7 y n es 3. Al resultado le quitaremos el 18 % que se queda la Agencia Tributaria .

$$C_F = 3000 * \left(1 + \frac{7}{100}\right)^3$$

3675.13

Al cabo de 3 años tendríamos 3675,13 € A esta cantidad le quitamos el 18 % o, lo que es lo mismo y ya hemos visto cuando los índices de variación, la multiplicamos por 0,82 (1-0,18=0,82).

$$3675.13 * 0.82$$

3013.61

**Solución : En capital final obtenido es de 3013,61 €**

7. - El precio de la primera entrega de una colección de minerales es de 2 € En las siguientes entregas el precio sube 0,03 € más que en la anterior. Si la colección consta de 100 ejemplares, ¿cuánto se pagará por el total de la colección? (un punto y medio)

Nos piden la suma de los cien primeros términos de una progresión aritmética cuya diferencia es 0,03 y su primer término es 2.

$$a_1 = 2; d = 0.03; a_n = a_1 + (n - 1) * d = 2 + (n - 1) * 0.03;$$

$$a_{100} = 2 + (100 - 1) * 0.03$$

4.97

$$S_{100} = \frac{(2 + 4.97) * 100}{2}$$

348.5

**Solución : Pagaremos por la colección un total de 348,5 €**

8. - Cierta clase de algas se reproduce doblando su número en dos horas y media. Después de otras dos horas y

media vuelve a doblar su número, y así sucesivamente. Si la cantidad inicial de algas era de un kilo, ¿cuántos habrá dentro de 20 horas? ¿Y dentro de 80 horas? (un punto y medio)

Es una progresión geométrica cuya razón vale 2 y su primer término es 1 (1 kilo). Hay que tener en cuenta que se duplican cada dos horas y media, por lo que en 20 horas se duplicarán 8 veces ( $20 : 2,5 = 8$ ). Por tanto la respuesta a la primera pregunta será el valor del octavo término.

$$a_8 = 1 * 2^{8-1}$$

128

**Solución : Al cabo de 20 horas habrán 128 kilos de este tipo de alga.**

Para la segunda pregunta, veamos primero cuántas veces se pueden duplicar en 80 horas. Al dividir 80 entre 2,5 obtenemos 32. Luego nos piden calcular el cuadragésimo término.

$$a_{40} = 1 * 2^{32-1}$$

2147483648

Solución : Al cabo de 80 horas habrán 2147483648 kilos de este tipo de alga.