

1.- El padre de Juan decide guardar un euro el día que Juan cumple un año. Irá duplicando la cantidad en todos los cumpleaños de su hijo. ¿Cuánto dinero habrá ahorrado el día que cumpla 13 años?

Planteamiento

Es una progresión geométrica ya que vamos multiplicando por 2.

Su primer término vale 1 (el primer euro que guarda el padre)

El término general será: $a_n = a_1 r^{n-1} = 1 \cdot 2^{n-1} = 2^{n-1}$

Nos preguntan la suma de lo ahorrado durante esos trece años, por lo que tendremos que utilizar la fórmula $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ donde $n=13$. Por tanto:

$$S_{13} = \frac{a_1(r^{13} - 1)}{r - 1} = \frac{1(2^{13} - 1)}{2 - 1} = 2^{13} - 1 = 8192 - 1 = 8191$$

Solución: Tendrá ahorrados 8191 €

2.- ¿Cuánto dinero me devolverá el banco si hago una imposición de 3000 € a plazo fijo durante 5 años al 3% de interés compuesto anual?

Planteamiento

Ya sabemos de otras veces que la fórmula que debemos utilizar es: $C_F = C_I \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$

El capital inicial es 3000€, n vale 5 y r es 3. Sustituimos y calculamos.

$$C_F = C_I \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n = 3000(1 + 0,03)^5 = 3477,8222 \dots$$

Estamos hablando de euros por lo que nos quedamos hasta las centésimas (céntimos de euro) y redondeamos. El resultado es 3477,82€

Solución: Al cabo de 5 años, el banco me devolverá 3477,82€

3.- Los ángulos de un triángulo están en progresión aritmética, si el más pequeño mide 40° ¿cuál es la medida de los otros dos?

Planteamiento

La suma de los ángulos de un triángulo es 180°.

En verdad este ejercicio se puede hacer sin utilizar la teoría. Hay que pensar dos números que al sumarlos con 40 salga 180. Además deben estar a la misma "distancia", es decir que vamos sumando lo mismo para obtener cada uno de ellos.

Con sólo pensar un poco, tenemos que son 60° y 80° ($40^\circ + 60^\circ + 80^\circ = 180^\circ$)

Solución: Las medidas de los otros dos son 60 y 80 grados.

4.- El número inicial de moscas de una población es de 50 y cada tres días el número de moscas se duplica, ¿cuántas moscas habrá a los 30 días?

Planteamiento

Es una progresión geométrica cuyo primer término es 50 y razón es 2 (se duplica cada 3 días).

Ya que la duplicación es cada 3 días, en 30 ocurrirá 10 veces este hecho. Por tanto hay que calcular a_{10}

$$a_{10} = 50 \cdot 2^{10-1} = 25600$$

Solución: A los 30 días habrá 25600 moscas.

5.- En un examen la primera pregunta valía dos puntos y cada una de las siguientes valía tres puntos más que la anterior. Si en total hay 50 preguntas, ¿cuántos puntos tiene en total el examen?

Planteamiento

Es una progresión aritmética cuyo primer término es 2 y la diferencia es 3 (vamos sumando esa cantidad).

$$a_n = 2 + (n - 1) \cdot 3$$

Me pregunta por el total de puntos que hay en estas 50 preguntas, por lo que tendré que calcular la suma de los 50 primeros términos.

$$S_{50} = \frac{(a_1 + a_{50}) \cdot 50}{2}$$

Nos falta por averiguar el término a_{50} .

$$a_{50} = 2 + 49 \cdot 3 = 149$$

Sustituimos y calculamos:

$$S_{50} = \frac{(a_1 + a_{50}) \cdot 50}{2} = \frac{(2 + 149) \cdot 50}{2} = 3775$$

Solución: El examen tendrá en total 3775 puntos

6.- Halla el capital obtenido invirtiendo 100 € al 3% de interés compuesto anual durante 4 años.

Planteamiento

La fórmula que debemos utilizar es: $C_F = C_I(1 + \frac{r}{100})^n$

El capital inicial es 100€, n vale 4 y r es 3. Sustituimos y calculamos.

$$C_F = C_I(1 + \frac{r}{100})^n = 100(1 + 0,03)^4 = 112,550 \dots$$

Estamos hablando de euros por lo que nos quedamos hasta las centésimas (céntimos de euro) y redondeamos. El resultado es 112,55€

Solución: El capital al cabo de 4 años será de 112,55€

7.- Depositamos 6000 € al 5% de interés compuesto anual. ¿Cuánto dinero tendré después de 3 años?

Planteamiento

La fórmula que debemos utilizar es: $C_F = C_I(1 + \frac{r}{100})^n$

El capital inicial es 6000€, n vale 3 y r es 5. Sustituimos y calculamos.

$$C_F = C_I(1 + \frac{r}{100})^n = 6000(1 + 0,05)^3 = 6945,75$$

Solución: Al cabo de tres años tendré 6945,75€

8.- Una persona participa en una campaña de una ONG durante 17 días. Cada día da 1€ más que el anterior; si el primer día dio 10, ¿cuánto ha dado en total?

Planteamiento

Es una progresión aritmética cuyo primer término vale 10 y su diferencia 1.

$$a_n = 10 + (n - 1) \cdot 1$$

Como lo ha hecho durante 17 días, me piden la suma de todo lo que ha donado. La fórmula que utilizaremos es:

$$S_{17} = \frac{(a_1 + a_{17}) \cdot 17}{2}$$

Nos falta por averiguar el término a_{17} .

$$a_{17} = 10 + 16 \cdot 1 = 26$$

Sustituimos y calculamos:

$$S_{17} = \frac{(a_1 + a_{17}) \cdot 17}{2} = \frac{(10 + 26) \cdot 17}{2} = 306$$

Solución: En total ha donado 306€

9.- Un esquiador comienza la pretemporada de esquí haciendo pesas en un gimnasio durante una hora. Decide incrementar el entrenamiento 10 minutos cada día. ¿Cuánto tiempo deberá entrenar al cabo de 15 días? ¿Cuánto tiempo en total habrá dedicado al entrenamiento a lo largo de todo un mes de 30 días?

Planteamiento

Es una progresión aritmética cuyo primer término es 60 (1 hora son 60 minutos) y su diferencia 10.

$$a_n = 60 + (n - 1) \cdot 10$$

Para responder a la primera pregunta, debo calcular el término a_{15} .

$$a_{15} = 60 + (15 - 1) \cdot 10 = 200$$

Estos 200 minutos son lo mismo que 3 horas y 20 minutos.

Solución 1: Al cabo de 15 días deberá entrenar 3 horas y 20 minutos.

La segunda pregunta me obliga a calcular S_{30} y por tanto, como otras veces, debo primero calcular a_{30} .

$$a_{30} = 60 + (30 - 1) \cdot 10 = 350$$

Sustituimos y calculamos:

$$S_{30} = \frac{(a_1 + a_{30}) \cdot 30}{2} = \frac{(60 + 350) \cdot 30}{2} = 6150$$

Estos 6150 minutos son lo mismo que 102 horas y media; o dicho de otra forma, 4 días, 6 horas y 30 minutos.

Solución 2: A lo largo del mes habrá dedicado un total de 4 días, 6 horas y 30 minutos.

10.- Se tiene una cuba de vino que contiene 1024 litros. El 1 de octubre se vació la mitad del contenido; al día siguiente se volvió a vaciar la mitad de lo que quedaba, y así sucesivamente todos los días. ¿Qué cantidad de vino se sacó el día 10 de octubre?

Planteamiento

Es una progresión geométrica (es casi igual que el de la pelota que va botando que hemos hecho en clase) cuyo primer término vale 512 litros (lo que queda el primer día) y su razón es 0,5 (ó $\frac{1}{2}$).

Quizás la forma más sencilla de resolver el problema sea ir viendo lo que queda y quitamos cada día.

Día	Lo que queda (litros)	He sacado (litros)
1	512	512
2	256	256
3	128	128
4	64	64
5	32	32
6	16	16
7	8	8
8	4	4
9	2	2
10	1	1

Por tanto el día 10 de octubre se sacó un litro de vino, quedando otro en la cuba.

Si usamos el término general y luego sustituimos n por 10, obtenemos el mismo resultado.

$$a_n = a_1 r^{n-1} = 512 \cdot 0,5^{n-1} \Rightarrow a_{10} = 512 \cdot 0,5^{10-1} = 1$$

Solución: El día 10 de octubre se sacó 1 litro de vino